À descoberta da escala do espaço: dedução da fórmula da distância estelar

Traduzido por Pedro Augusto.

No artigo 'À descoberta da escala do espaço', nós calculámos a distância de uma 'estrela' em sala de aula utilizando medições de distância em paralaxe e uma máquina fotográfica. A distância *d* da estrela foi calculada das quantidades medidas usando a seguinte equação:

$$d = \frac{p_L \times d_L \times b}{L \times p}$$

onde:

d = distância à estrela

L = comprimento do objeto de calibração

b = distância em que a máquina fotográfica foi deslocada (de C_A para C_B)

d_L = distância do objeto de calibração à linha-de-base da máquina fotográfica (ao longo da reta OQ)

p = distância como o número de pixeis entre imagens da estrela (em D_A e D_B)

p_L= comprimento em número de pixeis da imagem do objeto de calibração

De facto, é bastante direta a dedução desta equação, usando o formalismo matemático da semelhança de triângulos. Os passos que se seguem explicam como.

Material de apoio ao artigo:

Pössel M (2017) Finding the scale of space. *Science in School* **40**: 40–45.
www.scienceinschool.org/2017/issue40/parallax2

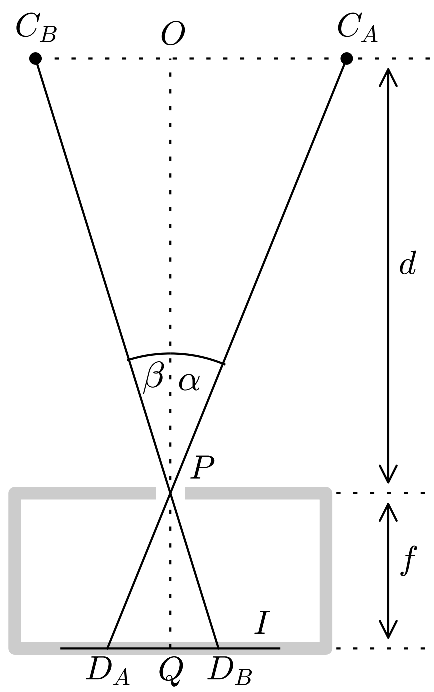

Figura 1: Modelo simplificado da montagem para a paralaxe (a imagem é cortesia de HdA / M Pössel)

1. Observando a geometria da Figura 1, podemos ver que o triângulo C_BPC_A é semelhante ao triângulo D_APD_B (uma vez que os seus ângulos correspondentes são iguais). Assim, se usarmos *l* para representar a distância entre as posições da estrela (no plano da imagem I), por semelhança segue que:

$$d = \frac{f \times b}{l}$$

2. A distância *l* é proporcional à distância entre as duas posições da estrela na nossa imagem fotográfica, exprimida em número de pixeis, *p*. Se usarmos *k* para representar o fator constante (a ser determinado) que relaciona o número de pixeis com comprimentos no plano da imagem e definirmos $S = k \times f$, segue que:

$$d = \frac{S \times b}{p}$$

3. Aplicamos agora o mesmo raciocínio ao objeto de calibração que colocámos paralelo à linha-de-base da máquina fotográfica e a uma distância d_L desta. Esta distância, que podemos medir diretamente, e o comprimento da imagem do objeto de calibração em pixeis (p_L) estão relacionados pela equação seguinte:

$$d_L = \frac{S \times L}{p_L}$$

4. Podemos eliminar S combinando as duas equações acima. Em primeiro lugar, rearranjamos a equação do passo 3 para isolar S multiplicando ambos os membros por p_L e dividindo-os por L:

$$S = \frac{d_L \times p_L}{L}$$

Agora substituimos esta expressão de S na equação do passo 2, o que origina uma fórmula relacionando a distância d com os conhecidos comprimentos b e f.

$$d = \frac{p_L \times d_L \times b}{L \times p}$$